

PREDIKSI PENJUALAN SEPEDA MOTOR MEREK “X” DI KABUPATEN DAN KOTAMADYA MALANG DENGAN METODE PERAMALAN HIERARKI

Rika Susanti, Destri Susilaningrum¹, dan Suhartono²

Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Teknologi Sepuluh
Nopember (ITS)

Jl. Arief Rahman Hakim, Surabaya 60111

E-mail: destri_s@statistika.its.ac.id¹, suhartono@statistika.its.ac.id²

Abstrak— Kabupaten dan Kotamadya Malang merupakan wilayah dengan penjualan sepeda motor merek “X” yang tinggi di Jawa Timur. Sepeda motor merek “X” merupakan motor yang paling diminati masyarakat. Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi penjualan sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang dengan menggunakan metode peramalan hierarki. Ada dua pendekatan yang digunakan yaitu pendekatan *top-down* dan *bottom-up*. Pada pemodelan di level 1 dengan pendekatan *top-down*, diketahui bahwa penjualan tahunan sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang masing-masing dipengaruhi oleh Jumlah Penduduk Usia produktif dan Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) per kapita. Metode peramalan hierarki terbaik untuk memprediksi penjualan sepeda motor merek “X” di Kabupaten Malang adalah dengan pendekatan *bottom-up*, sedangkan di Kotamadya Malang dengan pendekatan *top-down* berdasarkan proporsi peramalan (FP) untuk jenis *matic*, sedangkan untuk jenis *cube* dan *sport* masing-masing berdasarkan proporsi data Histori 2 (HP2) dan data Histori 1 (HP1). Hasil penelitian menunjukkan bahwa penjualan sepeda motor merek “X” jenis *cube* cenderung menurun, sedangkan penjualan jenis *matic* dan *sport* cenderung naik.

Kata Kunci— ARIMAX, *Bottom-up*, Sepeda Motor Merek “X”, *Top-down*.

I. PENDAHULUAN

DATA penjualan sepeda motor merek “X” merupakan data deret waktu hierarki, karena terdiri dari data penjualan 3 jenis produk, dan pada data penjualan tahunannya dapat dipecah menjadi data bulanan. Pada penelitian ini, data penjualan tahunan total sepeda motor merek “X” (yang dinyatakan dalam satuan unit) disebut sebagai data hierarki level 0, sedangkan data penjualan tahunan sepeda motor merek “X” menurut jenisnya merupakan data hierarki level 1, dan data penjualan bulanan sepeda motor merek “X” menurut jenisnya merupakan data hierarki level 2.

Di Jawa Timur, penjualan sepeda motor merek “X” yang tertinggi yaitu di regional Malang. Menurut informasi dari Deputi Divisi Penjualan PT. “X”, tingginya permintaan pasar terhadap sepeda motor tersebut disebabkan karena tingginya pertumbuhan ekonomi di wilayah tersebut. Regional Malang terdiri dari dua wilayah, yaitu Kabupaten dan Kotamadya Malang. Menurut BPS Kota Malang, Kotamadya Malang merupakan wilayah di Jawa Timur dengan pertumbuhan ekonomi yang tinggi. Sedangkan Kabupaten Malang merupakan wilayah yang padat penduduk. Menurut Budiarto [1], wilayah dengan penduduk yang padat merupakan suatu potensi pasar yang besar.

Pada penelitian ini, pemodelan level 0 dilakukan dengan memperhatikan variabel yang diduga mempengaruhi penjualan sepeda motor merek “X”, yaitu jumlah penduduk usia produktif, (Produk Domestik Regional Bruto) PDRB per kapita, dan Laju Pertumbuhan Ekonomi.

Penjualan sepeda motor tersebut di Kabupaten dan Kotamadya Malang cenderung tinggi pada saat menjelang hari raya maupun tahun ajaran baru. Hal tersebut menunjukkan indikasi adanya pola musiman dan ada efek variasi kalender. Oleh karena itu pemodelan penjualan bulanannya (pada hierarki level 2) dilakukan dengan metode ARIMAX, karena metode tersebut mampu menangkap efek musiman, variasi kalender dan *trend* [2].

Hingga saat ini telah banyak penelitian yang dilakukan mengenai metode peramalan hierarki, antara lain seperti yang telah dilakukan oleh Athanasopoulos dkk. yang melakukan peramalan terhadap jumlah wisatawan lokal di Australia hingga pada hierarki level 2 [3]. Di Indonesia, penelitian mengenai metode peramalan hierarki antara lain dilakukan oleh Kartikasari [4] yaitu mengenai penjualan perusahaan retail Amigo Grup hingga level 2.

Penelitian ini bertujuan untuk memprediksi penjualan sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang dengan menggunakan peramalan hierarki *top-down* dan *bottom-up*. Pada pendekatan *top-down* perhitungan proporsi yang akan digunakan untuk mendisagregasi hasil ramalan adalah berdasarkan proporsi data histori, peramalan, dan data tahun terakhir. Pemilihan model terbaik berdasarkan sMAPE terkecil.

II. MODEL PERAMALAN HIERARKI

Terdapat dua pendekatan yang umum digunakan pada metode peramalan hierarki yaitu pendekatan *bottom-up* dan pendekatan *top-down*. Dalam pendekatan *bottom-up*, peramalan dimulai dari level paling bawah kemudian dilanjutkan ke level di atasnya. Adapun rumus peramalan pada pendekatan ini yaitu sebagai berikut [3]

$$\hat{Y}_{total,t} = \sum_{i=1}^{m_c} \hat{Y}_{it} = \hat{Y}_{1t} + \hat{Y}_{2t} + \dots + \hat{Y}_{it} \quad (1)$$

dengan m_c merupakan jumlah series pada level ke- c .

Pada pendekatan *top-down* dilakukan disagregasi ramalan dari level paling atas (total) untuk mendapatkan ramalan pada level di bawahnya. Disagregasi dalam hal ini dilakukan berdasarkan nilai proporsi. Terdapat dua jenis proporsi yang dapat digunakan untuk menghitung proporsi yaitu berdasarkan data histori dan berdasarkan proporsi ramalan.

-*Top-down* berdasarkan proporsi data histori 1 atau *Historical Proportion 1* (HP1).

$$f_b = \frac{\sum_{t=1}^n \left(\frac{Y_{b,t}}{Y_t} \right)}{n} \quad (2)$$

-*Top-down* berdasarkan proporsi data histori 2 atau *Historical Proportion 2* (HP2)

$$f_b = \frac{\sum_{t=1}^n \left(\frac{Y_{b,t}}{n} \right)}{\sum_{t=1}^n \left(\frac{Y_t}{n} \right)} \quad (3)$$

dengan f_b merupakan proporsi histori deret level bawah pada periode ke- t .

-*Top-down* berdasarkan proporsi ramalan atau *Forecast Proportion* (FP)

$$f_b = \prod_{a=0}^{c-1} \left(\frac{\hat{Y}_{b,n}^a(h)}{S_{b,n}^{a+1}(h)} \right) \quad (4)$$

dengan f_b merupakan proporsi peramalan deret level bawah pada periode ke- t dan,

$$\hat{S}_{b,n}(h) = \hat{S}_{total,t} = Y_{1,t}(h) + Y_{2,t}(h) + \dots + Y_{n,t}(h).$$

Pemodelan dalam metode peramalan hierarki pada penelitian ini, dilakukan hingga level 2. Pemodelan Hierarki level 0 pada pendekatan *top-down* menggunakan model regresi linier berganda sebagai berikut [5]

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_w X_w + \varepsilon \quad (5)$$

dengan,

- Y : variabel respon yang bersifat random
- $X_1 + X_2 + \dots + X_w$: variabel prediktor yang bersifat tetap
- $\beta_0 + \beta_1 + \dots + \beta_w$: koefisien regresi
- ε : variabel *error*.

Pemodelan pada level 1 dengan pendekatan *top-down* menggunakan model non linier dalam menentukan nilai proporsi disagregasi. Adapun model non linier yang digunakan dalam penelitian ini yaitu [5].

$$Y = \pi_1 - \pi_2 e^{(-\pi_3 t)} \quad (6)$$

Pemodelan pada level 2 dengan pendekatan *top-down* dilakukan berdasarkan model ARIMAX. Adapun model ARIMAX yang digunakan yaitu ARIMAX dengan *trend* deterministik sebagai berikut[2]

$$Y_t = \delta_0 t + \gamma_1 U_{1,t} + \gamma_2 U_{2,t} + \dots + \gamma_l U_{l,t} + \lambda_1 V_{1,t} + \dots + \lambda_3 V_{3,t} + \delta_1 D_{1,t} + \delta_2 D_{2,t} + \delta_{01} t D_{1,t} + \delta_{02} t D_{2,t} + \frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\phi_p(B)\Phi_P(B^S)} a_t \quad (7)$$

dengan,

- $U_{1,b}, U_{2,b}, \dots, U_{l2,t}$: variabel *dummy* untuk pola musiman
- $V_{1,b}, V_{2,b}, V_{3,t}$: variabel *dummy* efek hari raya
- $D_{1,b}, D_{2,t}$: variabel *dummy* periode yang menyatakan perubahan *trend*
- $tD_{1,b}, tD_{2,t}$: variabel *dummy* yang menyatakan *trend* pada periode $D_{1,b}, D_{2,t}$
- t : variabel *dummy* untuk *trend* sebelum periode $D_{1,b}, D_{2,t}$
- δ_0 : koefisien *trend* sebelum periode $D_{1,b}, D_{2,t}$

- $\gamma_1, \dots, \gamma_{12}$: koefisien *dummy* untuk pola musiman
- $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$: koefisien *dummy* untuk efek hari raya
- δ_1, δ_2 : koefisien *dummy* untuk periode yang menyatakan perubahan *trend*
- δ_{01}, δ_{02} : koefisien untuk *dummy* perkalian antara *trend* dan periode

$\frac{\theta_q(B)\Theta_Q(B^S)}{\phi_p(B)\Phi_P(B^S)} a_t$: model ARIMA.

Pada peramalan hierarki dimungkinkan untuk memperoleh lebih dari satu model. Untuk dapat menentukan model terbaik digunakan kriteria *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* (sMAPE), dengan rumus sebagai berikut [6]

$$sMAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{\left(\frac{Y_t + \hat{Y}_t}{2} \right)} \times 100\% \quad (8)$$

dengan Y_t merupakan nilai sebenarnya, sedangkan \hat{Y}_t adalah nilai ramalan.

III. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data penjualan bulanan sepeda motor merek "X" di Kabupaten dan Kotamadya Malang dari Januari 2009 sampai Maret 2013. Untuk keperluan analisis, data penjualan bulan Januari 2009 sampai dengan Desember 2013 digunakan sebagai data *in-sample*, sedangkan data penjualan bulan Januari sampai dengan Maret 2014 digunakan sebagai data *out-sample*.

Dalam analisis ini diperhatikan pula variabel yang diduga mempengaruhi penjualan tahunan sepeda motor merek "X" yaitu terdiri dari jumlah penduduk usia produktif, laju pertumbuhan Ekonomi, dan PDRB per kapita. Adapun data mengenai variabel ekonomi merupakan data tahun 2009 sampai dengan 2013 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistika Jawa Timur. Variabel penelitian dalam analisis ini ditunjukkan pada Tabel 1.

Langkah-langkah dalam penelitian ini sebagai berikut.

1. Melakukan analisis statistika deskriptif yang meliputi analisis *mean*, nilai maksimum dan minimum.
2. Melakukan pemodelan pada peramalan hierarki dengan dua pendekatan yaitu pendekatan *top-down* dan *bottom-up*. Kemudian membandingkan kedua pendekatan berdasarkan kriteria sMAPE data 2013 minimum. Adapun prosedur untuk melakukan peramalan hierarki *top-down* dan *bottom-up* dijelaskan sebagai berikut.
 - i. Pendekatan *Top-down*

Pada pendekatan ini, pemodelan dilakukan mulai dari level paling atas yaitu level 0. Pemodelan pada level ini dilakukan untuk mendapatkan ramalan penjualan tahunan total sepeda motor merek "X" dengan metode regresi linier. Kemudian pada level 1, dilakukan pemodelan regresi non linier guna mendapatkan ramalan rasio penjualan tahunan sepeda motor menurut jenisnya. Adapun ramalan rasio penjualan tersebut akan dijadikan sebagai proporsi untuk melakukan pemecahan dari ramalan level 0 ke level 1. Pemodelan pada level 2, dilakukan dengan metode ARIMAX, dimana pemodelan ARIMAX tersebut digunakan sebagai model yang

mendasari dalam perhitungan proporsi ramalan. Selain menggunakan proporsi ramalan, untuk mendapatkan ramalan pada level 2 dilakukan pula perhitungan berdasarkan proporsi data histori HP1 HP2, dan proporsi data tahun 2013. Dari ke empat pendekatan perhitungan proporsi juga akan dipilih proporsi disagregasi terbaik berdasarkan kriteria sMAPE *out-sample* minimum.

ii. Pendekatan *Bottom-up*

Pada pendekatan ini, pemodelan dimulai pada level hierarki paling bawah, yaitu level 2. Pada level 2 model yang digunakan untuk memperoleh ramalan bulanan sepeda motor merek “X” menurut jenisnya adalah dengan metode ARIMAX. Adapun model ARIMAX yang digunakan pada level ini merupakan model ARIMAX terbaik yang memiliki sMAPE *out-sample* terkecil. Selanjutnya pemodelan dilanjutkan ke level hierarki di atasnya yaitu level 1. Pada level ini untuk mendapatkan ramalan penjualan tahunan menurut jenisnya, dilakukan dengan menjumlahkan hasil ramalan penjualan bulanan yang diperoleh pada level 2. Kemudian, untuk pemodelan pada level paling atas (level 0), yaitu dengan menjumlahkan hasil peramalan pada level 1 untuk mendapatkan ramalan penjualan tahunan total sepeda motor merek “X”.

3. Meramalkan penjualan sepeda motor merek “X” dengan metode peramalan hierarki terbaik yang diperoleh pada langkah 2.

Tabel 1.
Variabel Penelitian dalam Peramalan Hierarki

Level	Variabel Respon	Variabel Prediktor
0	Y_{it} : penjualan tahunan total sepeda motor “X” di lokasi ke- l , dimana, $l = 1$ untuk Kabupaten Malang, $l = 2$ untuk Kotamadya Malang.	X_{ijt} : variabel ekonomi di lokasi ke- l , variabel ekonomi ke- j $j = 1$, untuk jumlah penduduk usia produktif $j = 2$, untuk laju pertumbuhan ekonomi $j = 3$, untuk PDRB per kapita
1	R_{lit} : Rasio penjualan tahunan sepeda motor “X” jenis i di lokasi ke- l $i = 1$ untuk <i>matic</i> $i = 2$ untuk <i>cub</i> $i = 3$ untuk <i>sport</i>	t : tahun ke t , dimana $t = 1, 2, \dots, 6$
2	$Y_{i,t}$: Penjualan bulanan sepeda motor “X” jenis i di lokasi ke- l $i = 1$ untuk <i>matic</i> $i = 2$ untuk <i>cub</i> $i = 3$ untuk <i>sport</i>	t : Variabel <i>trend</i> sebelum periode $D_{1,t}, D_{2,t}$ dimana $t = 1, 2, \dots, n$ $V_{1,t}, V_{2,t}, V_{3,t}$: variabel <i>dummy</i> untuk efek hari raya $U_{1,t}, U_{2,t}, \dots, U_{12,t}$: variabel <i>dummy</i> untuk pola Musiman $D_{1,t}, D_{2,t}$: <i>Dummy</i> periode waktu yang menyatakan perubahan <i>trend</i> $tD_{1,t}, tD_{2,t}$: Variabel <i>trend</i> pada periode $D_{1,t}, D_{2,t}$

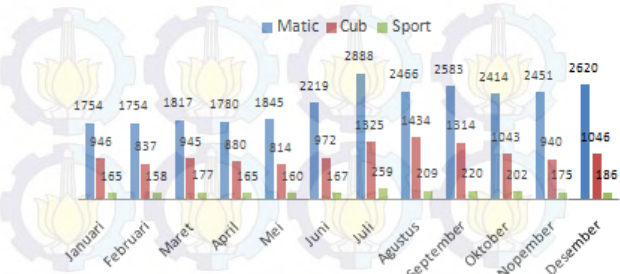
IV. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Karakteristik Penjualan Sepeda Motor Merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang

Berdasarkan hasil analisis statistika deskriptif, diketahui bahwa penjualan total sepeda motor merek “X” di

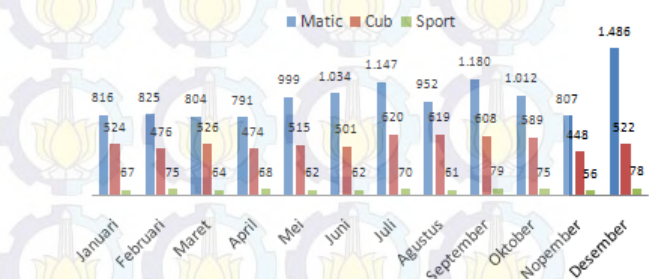
Kabupaten dan Kotamadya Malang cenderung meningkat setiap tahun. Peningkatan penjualan tersebut disebabkan karena kenaikan yang signifikan pada penjualan jenis *matic*. Pangsa pasar sepeda motor merek “X” jenis *matic* di Kabupaten dan Kotamadya Malang sudah mencapai lebih dari 80% pada tahun 2013. Lain halnya dengan jenis *matic*, penjualan *cub* justru cenderung menurun. Meskipun pada tahun 2009 dan 2010 jenis *cub* sempat mendominasi penjualan, namun sejak tahun 2011 penjualannya semakin menurun. Di Kabupaten dan Kotamadya Malang pada tahun 2013 pangsa pasarnya yaitu masing-masing sebesar 12% dan 13%. Sementara itu, penjualan jenis *sport* cenderung konstan di Kabupaten maupun Kotamadya Malang.

Penjualan sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang menunjukkan pola musiman. Pada bulan-bulan tertentu seperti bulan terjadinya tahun ajaran baru dan bulan Desember penjualan cenderung tinggi. Adapun diagram batang rata-rata penjualan sepeda motor merek “X” dalam kurun waktu 5 tahun terakhir di Kabupaten Malang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Rata-rata penjualan Bulanan Sepeda Motor Merek “X” Menurut Jenisnya di Kabupaten Malang

Gambar 1 menunjukkan bahwa rata-rata Penjualan bulanan jenis *matic*, *sport*, dan *cub* tertinggi terjadi pada bulan Juli, yaitu masing-masing sebesar 2.888 unit, 1.825 unit, dan 259 unit.



Gambar 2. Rata-rata Penjualan Bulanan Sepeda Motor Merek “X” di Kotamadya Malang

Lain halnya dengan di Kabupaten Malang, rata-rata penjualan tertinggi untuk jenis *matic* dan *sport* di Kotamadya Malang terjadi pada bulan Desember yaitu masing-masing sebesar 1.486 unit dan 78 unit. Sedangkan penjualan jenis *cub* tertinggi terjadi pada bulan Juli. Tingginya penjualan pada bulan Juli disebabkan karena dampak tahun ajaran baru.

B. Peramalan Hierarki Penjualan Sepeda Motor Merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang dengan Pendekatan *Top-down*

Pada peramalan hierarki dengan pendekatan *top-down*, pemodelan untuk mendapatkan prediksi penjualannya dimulai dari level hierarki yang paling atas yaitu penjualan tahunan sepeda motor merek “X”. Kemudian dilanjutkan

pada level di bawahnya yaitu penjualan tahunan sepeda motor merek “X” menurut jenisnya (level 1), dan yang terakhir pada level yang paling bawah yaitu penjualan bulanan sepeda motor merek “X” menurut jenisnya (level 2). Untuk dapat melakukan peramalan hierarki *top-down*, dibutuhkan nilai proporsi yang akan digunakan untuk mendisagregasi ramalan dari level atas ke level di bawahnya. Dalam penelitian ini, disagregasi dari level 0 ke 1 menggunakan ramalan rasio penjualan sepeda motor merek “X”, sedangkan untuk disagregasi level 1 ke level 2 menggunakan empat pendekatan dalam perhitungan proporsi yaitu proporsi berdasarkan data histori pada Persamaan (2) dan (3), proporsi ramalan seperti pada Persamaan (4) dan menggunakan proporsi data penjualan bulanan pada tahun 2013.

a. Pemodelan Level 0

Pada level 0, pemodelan bertujuan untuk memperoleh prediksi penjualan tahunan total sepeda motor merek “X”. Pemodelan pada level ini dilakukan dengan memperhatikan variabel prediktor yang diduga mempengaruhi penjualan tahunannya. Berdasarkan hasil analisis regresi yang dilakukan, diperoleh variabel yang signifikan mempengaruhi penjualan tahunan total sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang yaitu masing-masing adalah jumlah penduduk usia produktif (X_{1t}) dan PDRB per kapita (X_{2t}). Model peramalan pada level 0 dinyatakan sebagai berikut

$$\hat{Y}_{1t} = -4.778.064 + 2.878X_{1t} \tag{9}$$

$$\hat{Y}_{2t} = 434,56X_{2t} \tag{10}$$

Ramalan penjualan tahunan total sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang dapat dihitung menggunakan Persamaan (9) dan (10). Adapun cara untuk memperoleh ramalan penjualannya dengan cara mensubstitusikan hasil ramalan variabel prediktor yang signifikan mempengaruhi penjualan. Dalam hal ini peramalan nilai variabel prediktor dilakukan dengan *trend analysis*.

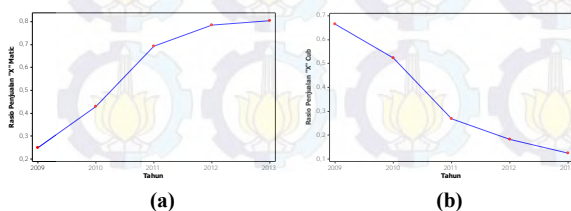
Tabel 2.

Prediksi Penjualan Tahunan Sepeda Motor Merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang untuk periode 2013 dan 2014.

Tahun	Kabupaten Malang	Kotamadya Malang
2013	55.294	22.824
2014	63.690	24.699

b. Pemodelan level 1

Pada level 1, pemodelan bertujuan untuk memperoleh prediksi penjualan tahunan sepeda motor merek “X” per jenis. Pemodelan pada level ini diawali dengan melakukan peramalan terhadap rasio penjualan per jenis sepeda motor. Hasil *time series plot* pada Gambar 3 menunjukkan bahwa sebaran data rasio penjualan di Kabupaten Malang mempunyai pola yang non linier, maka pemodelannya dilakukan dengan metode regresi non linier.



Gambar 3. *Time Series Plot* Rasio Penjualan Jenis *Matic* (a) dan *Cub* (b)

Pemodelan rasio penjualan tersebut hanya dilakukan pada jenis *matic* dan *cub* saja dikarenakan pola rasio penjualan untuk *sport* masih fluktuatif, selain itu dengan memodelkan dua jenis akan menjamin bahwa hasil jumlahan rasio untuk ketiga jenis motor akan sama dengan 1. Rasio penjualan *sport* di Kabupaten Malang diperoleh dari Persamaan (11).

$$\hat{R}_{13t} = 1 - \hat{R}_{12t} - \hat{R}_{11t} \tag{11}$$

Berdasarkan hasil pemodelan regresi non linier diperoleh persamaan untuk menghitung ramalan rasio penjualan *matic* yaitu sebagai berikut

$$\hat{R}_{11t} = 0,865 - 1,133e^{(-0,570t)} \tag{12}$$

dan untuk jenis *cub* diperoleh model berikut

$$\hat{R}_{12t} = 0,025 + 1,043e^{(-0,447t)} \tag{13}$$

Melalui Persamaan (11), (12), dan (13) diperoleh hasil prediksi rasio dan besarnya penjualan sepeda motor merek “X” pada tahun 2013 dan 2014 yang ditunjukkan pada Tabel 3.

Tabel 3. Prediksi Rasio dan Penjualan Sepeda Motor Merek “X” Per Jenis di Kabupaten Malang Periode 2013 dan 2014

Tahun	Prediksi Rasio Penjualan <i>Matic</i>	Prediksi Rasio Penjualan <i>Cub</i>	Prediksi Rasio Penjualan <i>Sport</i>	Prediksi Penjualan <i>Matic</i>	Prediksi Penjualan <i>Cub</i>	Prediksi Penjualan <i>Sport</i>
2013	0,8	0,136	0,064	44.212	7.532	3.550
2014	0,828	0,096	0,076	51.783	6.019	4.775

Dengan cara yang sama seperti yang dilakukan pada prosedur perhitungan rasio di Kabupaten Malang, diperoleh hasil prediksi rasio dan besarnya penjualan sepeda motor merek “X” di Kotamadya Malang seperti pada Tabel 4.

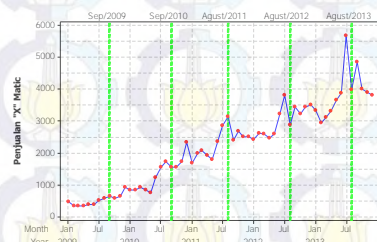
Tabel 4.

Prediksi Rasio dan Penjualan Sepeda Motor Merek “X” Per Jenis di Kotamadya Malang Periode 2013 dan 2014

Tahun	Prediksi Rasio Penjualan <i>Matic</i>	Prediksi Rasio Penjualan <i>Cub</i>	Prediksi Rasio Penjualan <i>Sport</i>	Prediksi Penjualan <i>Matic</i>	Prediksi Penjualan <i>Cub</i>	Prediksi Penjualan <i>Sport</i>
2013	0,79	0,149	0,061	18.034	3.403	1.388
2014	0,82	0,107	0,073	20.263	2.636	1.800

c. Pemodelan level 2

Pada level 2, pemodelan hierarki bertujuan untuk memperoleh prediksi penjualan bulanan sepeda motor merek “X” per jenis. Adapun model yang digunakan dalam hal ini adalah model ARIMAX. pemodelan ini dilakukan pada tiga jenis motor yaitu *matic*, *cub*, dan *sport*. Pada pemodelan untuk penjualan bulanan jenis *matic* di Kabupaten Malang diawali dengan melihat sebaran *time series plot*. *Time series plot* penjualan bulanan jenis *matic* di Kabupaten Malang ditunjukkan pada Gambar 5.



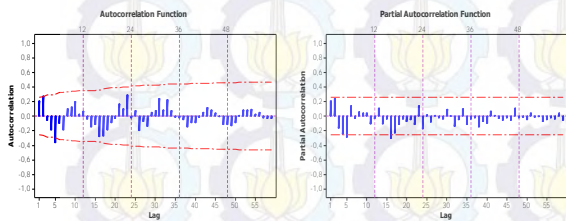
Gambar 5. *Time Series Plot* Penjualan Bulanan Sepeda Motor Merek “X” Jenis *Matic*

Gambar 5. Menunjukkan bahwa penjualan bulanan untuk jenis *matic* di kabupaten Malang cenderung

meningkat pada saat menjelang Idul Fitri. Peristiwa terjadinya Idul fitri ditandai dengan garis putus-putus berwarna hijau. Selain itu dari *time series plot* diketahui bahwa penjualan bulanan jenis *matic* di Kabupaten Malang mempunyai *trend* naik. Dari hasil identifikasi model diperoleh model variasi kalender pada level 2 untuk penjualan *matic* yaitu pada Persamaan (14).

$$Y_{1,t} = \delta_0 t + \gamma_7 U_{7,t} + \lambda_1 V_{1,t} + N_t \quad (14)$$

Model pada persamaan 4.6 mempunyai parameter yang signifikan, namun residualnya yaitu N_t tidak *white noise*. Hal tersebut didukung dari plot ACF dan PACF yang ditunjukkan pada Gambar 6.



Gambar 6. Plot ACF dan PACF dari N_t Penjualan Sepeda Motor Merek “X” Jenis *Matic* di Kabupaten Malang

Gambar 6 menunjukkan bahwa baik pada Plot ACF maupun PACF terdapat lag melebihi batas signifikansi. Sehingga harus dilakukan pemodelan ulang dengan memasukkan *lag-lag* yang signifikan ke dalam model. Berdasarkan hasil identifikasi plot ACF dan ACF diperoleh model dari N_t yaitu ARIMA ([5,16],0,0) atau AR([5,16]), sehingga model penjualan “X” *matic* menjadi ARIMA ([5,16],0,0), t , $U_{7,t}$, $V_{1,t}$, semua parameter model tersebut telah signifikan dan a_t telah memenuhi asumsi *white noise*, namun belum memenuhi asumsi berdistribusi normal. Oleh karena itu perlu dilakukan deteksi *outlier*. Adapun *outlier* yang terdeteksi yaitu pada pengamatan ke 32 dengan tipe *outlier additive*. Setelah *outlier* dimasukkan ke dalam model, maka telah diperoleh model dengan parameter yang signifikan, dan a_t memenuhi asumsi *white noise* serta berdistribusi normal. Adapun model akhir setelah penambahan *outlier* yaitu sebagai berikut

$$Y_{1,t} = 68,86t + 461,86U_{7,t} + 457,09V_{1,t} + 906,49I_t^{(32)} + \frac{1}{(1 + 0,47B^5 + 0,54B^6)} a_t \quad (15)$$

Selanjutnya untuk memperoleh model ARIMAX terbaik akan dibandingkan nilai sMAPE *out-sample* dari model sebelum dan sesudah penambahan *outlier*.

Tabel 5.

Perbandingan Kebaikan Model sebelum dan Sesudah Penambahan *Outlier*.

Model	sMAPE in-sample (%)	sMAPE out-sample (%)	sMAPE data 2013 (%)	Terpilih
Sebelum Penambahan <i>Outlier</i>	15,33	15,29	6,69	Sesudah Penambahan <i>Outlier</i>
Sesudah Penambahan <i>Outlier</i>	14,97	10,85	5,71	

Tabel 5 Menunjukkan bahwa model ARIMAX terbaik yaitu model setelah dilakukan penambahan *outlier* karena mempunyai nilai sMAPE terkecil. Semakin kecil Nilai sMAPE menunjukkan hasil ramalan dengan kesalahan yang semakin kecil. Dengan cara yang sama, diperoleh model ARIMAX terbaik pada penjualan jenis *cub* dan *sport* di Kabupaten Malang yang ditunjukkan pada Tabel 6. Setelah

diperoleh model ARIMAX untuk masing-masing jenis, selanjutnya dilakukan perhitungan proporsi untuk memecah hasil ramalan. Adapun model ARIMAX yang diperoleh pada bagian ini akan digunakan sebagai model yang mendasari dalam menentukan nilai proporsi penjualan per bulan pada metode *top-down* berdasarkan hasil ramalan. Selain berdasarkan proporsi ramalan juga digunakan rumus proporsi data histori seperti pada Persamaan (2) dan (3) serta menggunakan proporsi data 2013.

Tabel 6.

Model ARIMAX terbaik pada Data Penjualan Sepeda Motor Merek “X” Jenis *Cub* dan *Sport* di Kabupaten Malang

Jenis “X”	Model
<i>Cub</i>	ARIMA([7],0,0) $U_{1,t}, U_{2,t}, U_{3,t}, U_{4,t}, U_{5,t}, U_{6,t}$ $U_{7,t}, U_{8,t}, U_{9,t}, U_{10,t}, U_{11,t}, U_{12,t}, t, D_{2,t}, tD_{2,t}, V_{2,t}, V_{3,t}$
<i>Sport</i>	ARIMA([1,6],0,0) $U_{1,t}, U_{2,t}, U_{3,t}, U_{4,t}, U_{5,t}, U_{6,t}$ $U_{7,t}, U_{8,t}, U_{9,t}, U_{10,t}, U_{11,t}, U_{12,t}, D_{2,t}, tD_{2,t}$

Adapun hasil perbandingan dari ke empat metode perhitungan proporsi disagregasi di Kabupaten Malang ditunjukkan pada Tabel 7.

Tabel 7.

Perbandingan Kebaikan Model dari Masing-masing Pendekatan dalam Perhitungan Proporsi (Kabupaten Malang)

No.	Pendekatan Proporsi	SMAPE out-sample (%)		
		<i>Matic</i>	<i>Cub</i>	<i>Sport</i>
1	Proporsi data histori 1 (HP1)	6,16	8,26	16,16
2	Proporsi data histori 2 (HP2)	3,68	9,67	11,31
3	Proporsi data tahun 2013	2,81	3,98	28,00
4	Proporsi ramalan (FP)	4,91	21,49	6,12

Tabel 7 menunjukkan bahwa pendekatan dalam perhitungan proporsi terbaik di Kabupaten Malang, untuk jenis *matic* dan *cub* yaitu berdasarkan proporsi data tahun 2013, sedangkan untuk jenis *sport* berdasarkan proporsi ramalan (FP).

Adapun model ARIMAX terbaik pada data penjualan sepeda motor merek “X” per jenis di Kotamadya Malang dinyatakan pada Tabel 8.

Tabel 8.

Model ARIMAX Terbaik Pada Data Penjualan Bulanan Sepeda Motor “X” Per Jenis di Kotamadya Malang.

Jenis “X”	Model
<i>Matic</i>	ARIMA(0,0,[12]) $U_{1,t}, U_{2,t}, U_{3,t}, U_{4,t}, U_{5,t}, U_{6,t}$ $U_{7,t}, U_{8,t}, U_{9,t}, U_{10,t}, U_{11,t}, U_{12,t}, D_{1,t}, D_{2,t}, tD_{1,t}, I_t^{(48)}$
<i>Cub</i>	$U_{1,t}, U_{2,t}, U_{3,t}, U_{4,t}, U_{5,t}, U_{6,t}$ $U_{7,t}, U_{8,t}, U_{9,t}, U_{10,t}, U_{11,t}, U_{12,t}, t, D_{1,t}, tD_{1,t}, D_{2,t}, tD_{2,t}$
<i>Sport</i>	ARIMA(0,0,[8]) $U_{1,t}, U_{2,t}, U_{3,t}, U_{4,t}, U_{5,t}, U_{6,t}$ $U_{7,t}, U_{8,t}, U_{9,t}, U_{10,t}, U_{11,t}, U_{12,t}, D_{1,t}, tD_{1,t}$

Perbandingan dalam perhitungan proporsi untuk Kotamadya Malang ditunjukkan pada Tabel 9. Tabel 9 menunjukkan bahwa pada peramalan hirarki *top-down* pendekatan proporsi terbaik yang dapat digunakan untuk mendisagregasi ramalan level 1 ke level 2 untuk jenis *matic* di Kotamadya Malang yaitu dengan menggunakan proporsi FP, untuk *cub* menggunakan proporsi HP2, dan untuk jenis *sport* menggunakan proporsi HP1.

Tabel 9.

Perbandingan Keباikan Model dari Masing-masing Pendekatan dalam Perhitungan Proporsi (Kotamadya Malang)

No.	Pendekatan Proporsi	SMAPE <i>out-sample</i> (%)		
		<i>Matic</i>	<i>Cub</i>	<i>Sport</i>
1	Proporsi data histori 1 (HP1)	12,54	4,88	9,44
2	Proporsi data histori 2 (HP2)	10,80	4,83	12,21
3	Proporsi data tahun 2013	8,01	11,46	31,29
4	Proporsi ramalan (FP)	2,14	11,79	16,77

C. Peramalan Hierarki Penjualan Sepeda Motor Merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang dengan Pendekatan *Bottom-up*

Pada pendekatan *bottom-up* peramalan dilakukan dari level yang paling bawah. Pada penelitian ini level yang paling bawah yaitu level 2, dimana pemodelan pada level 2 digunakan untuk memperoleh hasil ramalan pada data penjualan bulanan sepeda motor merek “X” per jenis berdasarkan model ARIMAX. Adapun rumus dalam pemodelan ini yaitu seperti pada Persamaan (1). Perbandingan kebaikan model pada peramalan hierarki *top-down* dan *bottom-up* di Kabupaten Malang ditunjukkan pada Tabel 11.

Tabel 11.

Perbandingan Pendekatan *Top-down* dan *Bottom-up* (Kabupaten Malang)

Level	Kasus	SMAPE data 2013 (%)	
		<i>Top-down</i>	<i>Bottom-up</i>
0	Total (tahunan)	4,40	20,00
1	<i>Matic</i> (tahunan)	5,10	1,94
	<i>Cub</i> (tahunan)	5,00	0,48
	<i>Sport</i> (tahunan)	14,27	1,35
2	<i>Matic</i> (bulanan)	5,10	5,71
	<i>Cub</i> (bulanan)	4,99	10,60
	<i>Sport</i> (bulanan)	18,72	14,93
rata-rata		8,23	7,86

Tabel 11 menunjukkan bahwa pendekatan pada peramalan hierarki terbaik untuk memprediksi penjualan sepeda motor merek “X” di Kabupaten Malang adalah dengan pendekatan *bottom-up*, karena pendekatan tersebut memiliki nilai SMAPE yang lebih kecil. Perbandingan kebaikan model pada peramalan hierarki dengan *top-down* dan *bottom-up* di Kotamadya Malang ditunjukkan sebagai berikut.

Tabel 12.

Perbandingan Pendekatan *Top-down* dan *Bottom-up* (Kotamadya Malang)

Level	Kasus	SMAPE data 2013 (%)	
		<i>Top-down</i>	<i>Bottom-up</i>
0	Total (tahunan)	2,71	20,08
1	<i>Matic</i> (tahunan)	5,59	2,30
	<i>Cub</i> (tahunan)	11,40	10,17
	<i>Sport</i> (tahunan)	3,20	1,00
2	<i>Matic</i> (bulanan)	11,09	10,68
	<i>Cub</i> (bulanan)	15,81	16,87
	<i>Sport</i> (bulanan)	17,41	7,94
rata-rata		9,60	9,86

Tabel 12 menunjukkan bahwa pendekatan pada peramalan hierarki terbaik untuk memprediksi penjualan sepeda motor merek “X” di Kotamadya Malang adalah dengan pendekatan *top-down*, karena pendekatan tersebut memiliki nilai SMAPE data 2013 yang lebih kecil. Adapun pendekatan *top-down* yang digunakan adalah pendekatan *top-down* dengan menggunakan proporsi ramalan rasio perjenis sepeda motor merek “X” pada disagregasi level 0

ke level 1, dan pada disagregasi level hierarki 1 ke 2 menggunakan proporsi terbaik dengan SMAPE *out-sample* terkecil pada Tabel 9.

V. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang dilakukan, diketahui bahwa penjualan total sepeda motor merek “X” di Kabupaten dan Kotamadya Malang cenderung meningkat dalam kurun waktu 2009-2013. Pada tahun 2011 hingga 2013 pangsa pasarnya didominasi oleh *matic*. Pada peramalan *top-down* di level 0 diketahui bahwa variabel yang signifikan mempengaruhi penjualan tahunan total sepeda motor merek “X” di Kabupaten Malang adalah jumlah penduduk usia produktif, sedangkan variabel yang signifikan mempengaruhi penjualan di Kotamadya Malang adalah PDRB per kapita. Pada peramalan hierarki level 2 peramalan dilakukan menggunakan metode ARIMAX dengan pemilihan model terbaik berdasarkan kriteria SMAPE *out-sample* terkecil. Hasil ramalan individu menunjukkan bahwa penjualan jenis *matic* dan *sport* cenderung naik, sedangkan penjualan *cub* cenderung menurun. Pada peramalan hierarki secara umum, peramalan terbaik pada penjualan sepeda motor tersebut di Kabupaten Malang adalah dengan pendekatan *bottom-up*, sedangkan metode peramalan hierarki terbaik di Kotamadya Malang terbaik yaitu berdasarkan pendekatan *top-down*.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis R.S. mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia yang telah memberikan beasiswa Bidik Misi tahun 2010-2014. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Ibu Dra. Destri Susilaningrum M.Si dan Bapak Dr. Suhartono, S.Si, M.Sc selaku dosen pembimbing yang telah memberikan saran dan masukan dalam penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. Budiarto, “Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Permintaan Sepeda Motor di Kota Semarang Studi Kasus PNS Kota Semarang (Tugas Akhir Fakultas Ilmu Ekonomi dan Bisnis Universitas Diponegoro, Semarang)”, belum dipublikasikan.
- [2] Suhartono, M. H. Lee, & N. A Hamzah, “Calendar Variation Model Based On ARIMAX for Forecasting Sales Data With Ramadhan Effect”. *Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences* pp. 349-361 (2010).
- [3] G. Athanasopoulos, R. A. Ahmed, and R. J. Hyndman, “Hierarchical Forecast for Australian Domestic Tourism”. *International Journal of Forecasting*, Vol. 25 no.1 pp. 146-166 (2009).
- [4] P. Kartikasari, “Prediksi Penjualan di Perusahaan Ritel dengan Metode Peramalan Hierarki Berdasarkan Model Variasi Kalender (Tugas Akhir S1 Jurusan Statistika ITS, Surabaya)”, belum dipublikasikan.
- [5] N. Draper, dan H. Smith, *Analisis Regresi Terapan* Edisi kedua. Jakarta : PT. Gramedia Pustaka Utama (1992).
- [6] S. Makridakis, dan M. Hibbon, “The M3-Competition : result, conclusion and implication”. *International Journal of Forecasting*, Vol. 16 no.1 pp. 451-476 (2000).